

Gitterspektren – Lösung A4



A4a)

Das 1. Maximum der Linie $\lambda = 405\text{nm}$ liegt bei $d_1 = \frac{40,6\text{cm}}{2} = 20,3\text{cm}$.

Für den Beobachtungswinkel gilt: $\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{d_1}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{0,203\text{m}}{2,5\text{m}}\right) = 4,64^\circ$.

Aus $\sin(\alpha_k) = \frac{k\lambda}{g}$ folgt $g = \frac{k\lambda}{\sin(\alpha_k)} = \frac{1 \cdot 405 \cdot 10^{-9}\text{m}}{\sin(4,64^\circ)} = 5 \cdot 10^{-6}\text{m}$.

A4b)

Der Abstand der Spektrallinien ergibt sich aus der Differenz der Positionen der einzelnen Linien.

Für die Beobachtungswinkel α_k der einzelnen Linien gilt: $\sin(\alpha_k) = \frac{k\lambda}{g}$ mit $k = 1, 2, \dots$.

Mit $g = \frac{1\text{mm}}{500} = 2 \cdot 10^{-6}\text{m}$ folgt: $\alpha_{2,\text{violett}} = \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot 405 \cdot 10^{-9}\text{m}}{5 \cdot 10^{-6}\text{m}}\right) \approx 9,32^\circ$ und $\alpha_{2,\text{grün}} = \dots \approx 12,63^\circ$

Mit $\tan(\alpha_k) = \frac{d_k}{l}$ folgt $d_k = l \cdot \tan(\alpha_k)$. Für den gesuchten Abstand gilt:

$$d = d_{2,\text{grün}} - d_{2,\text{violett}} = a(\tan(\alpha_{2,\text{grün}}) - \tan(\alpha_{2,\text{violett}})) = 2,5\text{m} \cdot (\tan(12,63^\circ) - \tan(9,32^\circ)) = 0,15\text{m}$$

A4c)

Die grüne Linie fällt in das Spektrum nächsthöherer Ordnung, wenn $\alpha_{k,\text{grün}} \geq \alpha_{k+1,\text{violett}}$ gilt, also

insbesondere auch $\sin(\alpha_{k,\text{grün}}) \geq \sin(\alpha_{k+1,\text{violett}})$ und somit $\frac{k\lambda_{\text{grün}}}{g} \geq \frac{(k+1)\lambda_{\text{violett}}}{g}$. Umformen ergibt:

$$k \cdot \frac{\lambda_{\text{grün}}}{g} \cdot \frac{g}{\lambda_{\text{violett}}} \geq k+1 \Rightarrow k \cdot \frac{\lambda_{\text{grün}}}{\lambda_{\text{violett}}} \geq k+1 \Rightarrow k \cdot \left(\frac{\lambda_{\text{grün}}}{\lambda_{\text{violett}}} - 1\right) \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{\left(\frac{\lambda_{\text{grün}}}{\lambda_{\text{violett}}} - 1\right)} = \frac{1}{\left(\frac{546\text{nm}}{405\text{nm}} - 1\right)} = 2,87$$

Ab der dritten Ordnung (wg. $k \geq 2,87$) fällt die grüne Linie erstmals in das Spektrum der nächsthöheren Ordnung.